

relatività ristretta

una panoramica [per tutti]

di Elia Rampi

Queste pagine raccontano una rivoluzione.

Senza troppi tecnicismi, dimostrazioni e calcoli vogliono offrire una panoramica della teoria della relatività ristretta per far intuire al lettore la portata della rivoluzione.

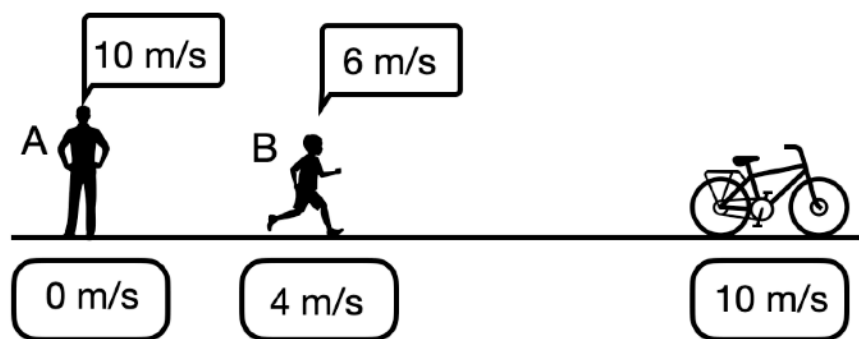
parte prima: il problema

Per parlare di relatività ristretta (e della sua nascita) dobbiamo partire dalle quattro equazioni che Maxwell pubblica nella seconda metà del 1800 [in descrizione trovi tutti i link dei video in cui parlo di queste equazioni].

Le equazioni di Maxwell descrivono tutti i fenomeni elettrici, magnetici ed elettromagnetici. In particolare prevedono l'esistenza delle onde elettromagnetiche e spiegano la natura della luce come appunto onda elettromagnetica che si propaga alla velocità costante di 299792458 m/s, indicata con la lettera c .

Ora, il nostro punto di partenza è questo: il fatto che le equazioni di Maxwell prevedano una velocità della luce costante e unica è in netto contrasto con un principio fondamentale della fisica classica, attribuito a Galileo e definito in modo chiaro da Newton, ovvero che qualsiasi moto è relativo, quindi, ogni velocità è relativa.

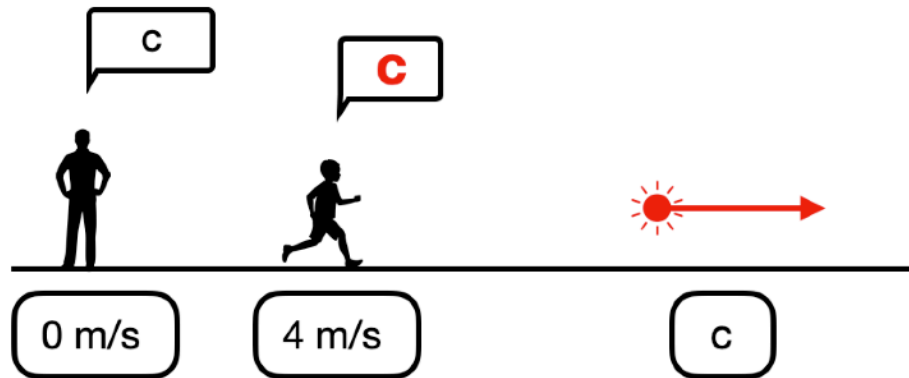
Il problema è semplice: se A è l'osservatore fermo e B è l'osservatore che sta correndo a 4m/s verso la bicicletta che viaggia a 10m/s nello stesso verso,



per l'osservatore A la velocità della bicicletta è 10m/s mentre per l'osservatore B è [10-4=] 6m/s. Questa è la relatività classica.

Se però sostituiamo la bicicletta con un fascio di luce, le equazioni di Maxwell ci dicono che questo fascio viaggia a velocità c per entrambi gli osservatori e questo non

è ammissibile con il principio di relatività classico, secondo il quale se per l'osservatore A la velocità è c , per l'osservatore B dovrebbe essere $c-4\text{m/s}$.



Quindi nel 1800 abbiamo una teoria dell'elettromagnetismo (di Maxwell) che non è coerente con la teoria classica della relatività (di Galileo); il problema centrale è la velocità della luce che per le equazioni di Maxwell è costante e uguale per tutti gli osservatori, cosa che non è ammissibile per la fisica classica di Galileo e Newton.

Maxwell era ben consapevole di questo problema che presentavano le sue equazioni ma non lo risolve correttamente: Maxwell elimina l'incoerenza con la fisica classica facendo un passo indietro, ipotizzando cioè che l'intero universo fosse pervaso da una sostanza invisibile e immobile: l'etere. Questo etere permetteva di definire un sistema di riferimento privilegiato. Per Maxwell questo sistema era l'unico in cui valevano le sue equazioni; in tutti gli altri sistemi di riferimento, in moto rispetto all'etere, le equazioni dovevano essere modificate.

Pochi anni dopo si scoprirà che non solo Maxwell aveva torto sull'etere ma che avevano ragione le sue quattro equazioni nel sostenere che la luce abbia la stessa velocità per ogni osservatore. Le equazioni erano corrette così come Maxwell le aveva scritte e non richiedevano nessuna modifica.

Un primo indizio della validità delle equazioni è il fallimento dell'esperimento di Michelson Morley nel 1887 con cui i due scienziati volevano misurare le variazioni del moto della luce attraverso l'etere, ma di variazioni non ne trovarono: la luce sembrava propagarsi sempre con la stessa velocità così come suggerivano le equazioni di Maxwell.

Per risolvere questo conflitto tra la fisica classica di Galileo e Newton e le equazioni di Maxwell era necessaria una nuova teoria della relatività.

A intuirlo è il giovane Albert Einstein che all'età di 16 anni, nel 1895 inizia a riflettere su questo problema di come conciliare l'elettromagnetismo con la relatività del moto.

Dieci anni dopo, nel giugno del 1905, il problema è risolto. Einstein pubblica l'articolo "Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento" in cui descrive una nuova teoria della relatività: la teoria della relatività ristretta (o relatività speciale).

Questa teoria non è in contrasto con la fisica classica, anzi, la comprende come caso particolare, come situazione limite per basse velocità. La relatività ristretta infatti descrive il mondo del "molto veloce", dove i corpi hanno velocità elevate; se le velocità sono basse questa teoria si riduce alla fisica classica. La fisica classica è quindi un caso particolare della relatività ristretta.

parte seconda: l'articolo

Albert Einstein nel suo articolo del 1905 "Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento" spiega come l'applicazione della teoria dell'elettromagnetismo di Maxwell ai corpi in movimento generi delle contraddizioni nella descrizione dei fenomeni e presenta una nuova teoria, la teoria (come abbiamo già detto) della relatività ristretta o speciale.

I postulati classicamente inconciliabili su cui si basa la teoria sono due:

Il primo, che verrà chiamato principio di relatività, dice che le leggi della natura sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento che si muovono a velocità costante (quindi non può esistere un sistema privilegiato come quello dell'etere).

E il secondo: la luce si propaga a velocità c per ogni osservatore.

Per conciliare questi due principi è necessario mettere in discussione la nostra concezione del tempo e dello spazio. Cerchiamo di capire perché con un esempio semplice.

parte terza: il tempo

Consideriamo il vagone di un treno che viaggia verso destra con una velocità costante v e un primo osservatore sul treno, Alice (A), che con un puntatore laser emette un fascio di luce in verticale verso l'alto [Figura 3]. L'emissione del fascio la chiamiamo evento 1.

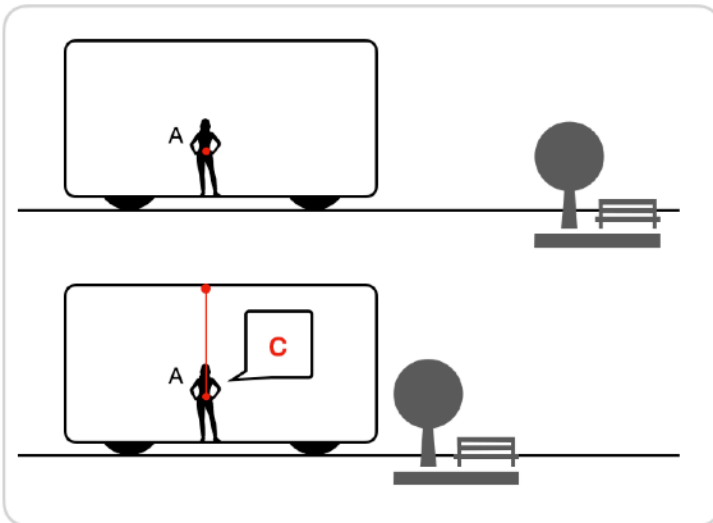


Figura 3.

Alice sul treno emette un fascio di luce (in rosso) in verticale. L'evento 1 è l'emissione della luce, l'evento 2 è l'arrivo della luce sul tetto del treno.

Il secondo postulato di Einstein ci dice che la luce viaggia a velocità costante c .

Ammettiamo che Alice riesca a misurare il tempo trascorso tra l'emissione della luce (evento1) e l'arrivo della luce sul tetto del treno, che chiamiamo evento2. Conoscendo questo tempo, Alice è in grado di calcolare lo spazio percorso dalla luce che equivale alla distanza tra la mano di alice e il tetto del treno : $S_A = c \cdot t_A$. La "A" in pedice indica che le misurazioni di spazio e tempo sono effettuate da Alice, sul treno.

Ora consideriamo un secondo osservatore, Bob (B), esterno al treno che vede passare il treno a velocità v [Figura 4].

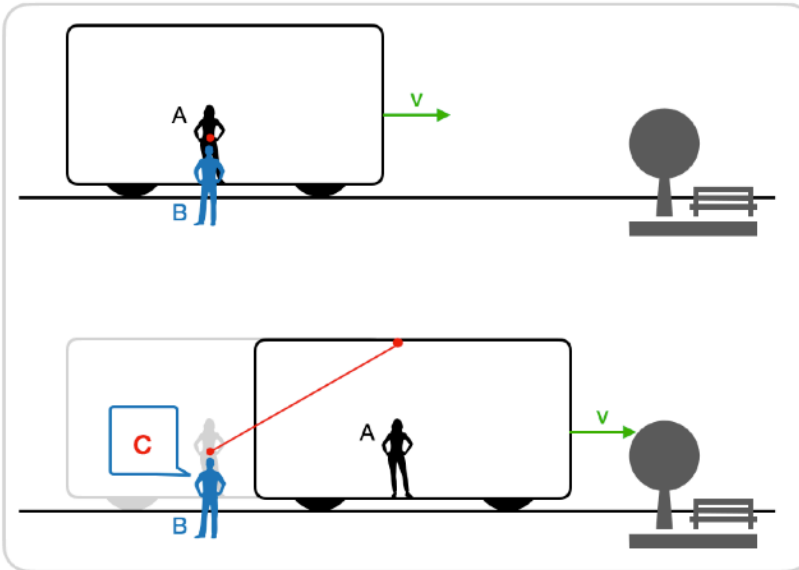


Figura 4.

Bob (B) vede passare il treno e vede il fascio di luce, emesso dal laser di alice, percorrere un tratto obliquo (in rosso).

Anche Bob osserva la stessa scena e anche Bob, dall'esterno del treno, misura il tempo trascorso tra l'evento 1 e l'evento 2.

Alice sul treno emette il fascio di luce nel momento in cui giunge nella posizione di Bob (evento 1); quando però il fascio raggiunge il tetto del vagone (evento2), per Bob il treno ha cambiato posizione e la luce ha percorso il tratto obliquo di Figura 4.

Ecco il punto: il secondo postulato afferma che anche per Bob la velocità della luce è c , ma, come mostra la Figura 5, per Bob la stessa luce ha percorso uno spazio maggiore: $S_B = c \cdot t_B$. Il fatto che S_A sia minore di S_B implica che il tempo misurato da Alice $t_A = \frac{S_A}{c}$ è minore del tempo misurato da Bob $t_B = \frac{S_B}{c}$.

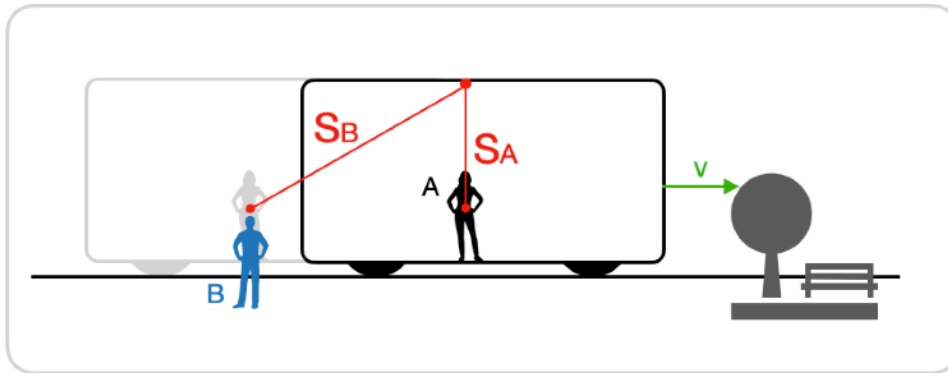


Figura 5.
Sovrapponendo le figure 3 e 4 è evidente che $S_A < S_B$.

E questo fatto è spiazzante. I due eventi sono gli stessi per entrambi gli osservatori; Alice e Bob stanno osservando lo stesso fenomeno ma il tempo misurato da Alice che è sul treno (quindi nel sistema in movimento) è minore rispetto al tempo misurato da Bob.

Per Alice è passato meno tempo, il che vuol dire che, in generale, in un sistema in movimento il tempo scorre più lentamente rispetto al sistema in quiete.

Questa conseguenza della relatività ristretta tanto incredibile quanto oggettiva prende il nome di **dilatazione dei tempi**.

Il tempo non è più assoluto, non scorre più per tutti allo stesso modo come credeva la fisica classica; il tempo, diciamo, è relativo.

parte quarta: le lunghezze

Ma se lo scorrere del tempo è relativo all'osservatore, che cosa succede alle lunghezze?

Ci chiediamo, nel nostro esempio del treno, quant'è la distanza percorsa da Alice tra i due eventi.

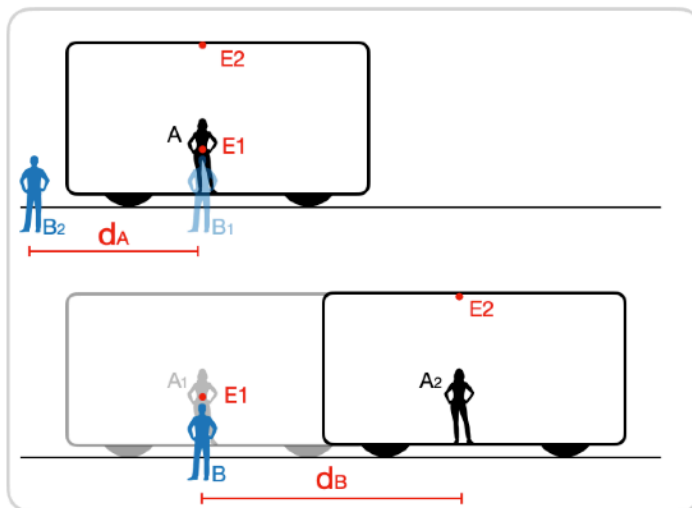


Figura 6.

d_A e d_B sono le due diverse misure, effettuate da Alice (sopra) e da Bob (sotto) della distanza percorsa da Alice tra l'evento 1 (E1) e l'evento 2 (E2).

Possiamo dedurre che anche la distanza è relativa perché se viene misurata da Alice, (è data da) $d_A = v \cdot t_A$ (dove v è la velocità del treno) mentre se viene misurata da Bob, (è data da) $d_B = v \cdot t_B$ e siccome t_A è minore di t_B allora anche d_A è minore di d_B [Figura 6].

Le distanze in movimento si accorciano; questa conseguenza della relatività ristretta prende il nome di **contrazione delle lunghezze** (o contrazione di Lorentz).

Fermiamoci un attimo.

Abbiamo appena detto cose che sono difficili da accettare, come lo sono state per gran parte degli scienziati di inizio '900 che hanno provato in ogni modo a confutare la teoria.

Parlare di relatività non è facile, almeno all'inizio. Cercare di capire questi concetti è faticoso perché non sono fatti sperimentabili nella nostra quotidianità. Eppure questi effetti sono stati misurati e si possono misurare; servono solo degli strumenti molto precisi come per esempio gli orologi atomici.

Ciò che stiamo presentando non è solo una teoria astratta che serve per far tornare i conti... Stiamo descrivendo come funziona realmente il nostro mondo.

Questi effetti non li percepiamo perché dipendono dalla velocità: per le nostre velocità funziona benissimo la fisica classica di Galileo e Newton che non è altro che un caso particolare della teoria della relatività ristretta, quando le velocità sono basse.

Torniamo ora all'articolo di Einstein.

parte quinta: la simultaneità

Einstein nel suo articolo, dopo una breve introduzione, dedica il primo capitolo alla "definizione della simultaneità". Prima di parlare delle conseguenze della sua nuova teoria è costretto a ridefinire il tempo.

Dice che è necessario << dire chiaramente che cosa si intende per tempo >>, e prosegue, << dobbiamo tener presente che tutte le nostre osservazioni nelle quali il tempo gioca un ruolo, sono sempre osservazioni su eventi simultanei. Quando per esempio dico " quel treno arriva qui alle ore 7 ", ciò significa: " il porsi della lancetta piccola del mio orologio sulle 7 e l'arrivo del treno sono eventi simultanei " >>.

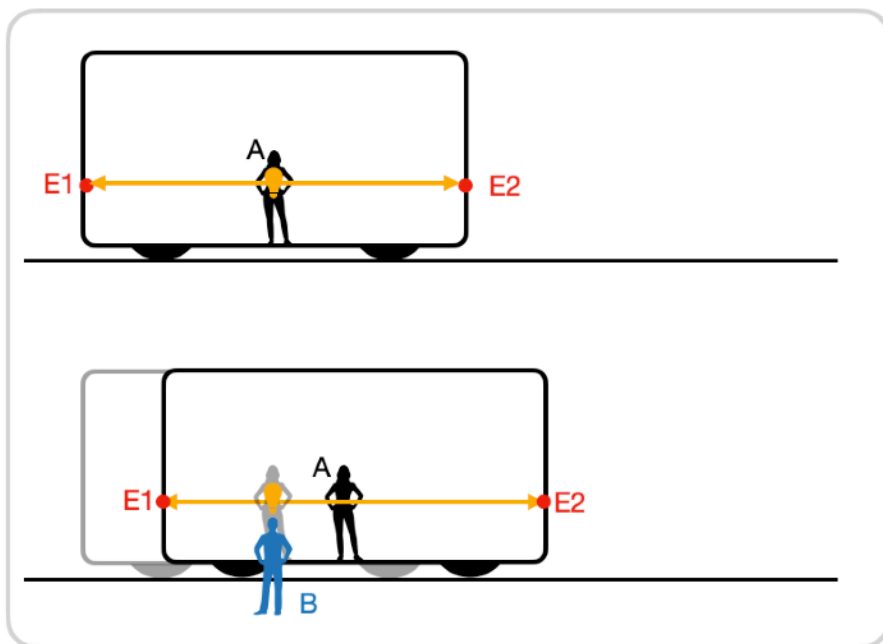
Nel secondo paragrafo dai due postulati deduce che << non possiamo attribuire al concetto di simultaneità alcun significato assoluto >>.

Tradotto: la simultaneità è un concetto fondamentale nella nuova teoria e anche questa è relativa: due eventi simultanei per un osservatore, non è detto che siano simultanei per un altro osservatore.

Cerchiamo di capire perché con un esempio semplice.

Consideriamo sempre il treno dell'esempio precedente che sta viaggiando verso destra con una velocità v .

Alice ora è al centro del vagone e accende una lampadina: la luce si propaga in tutte le direzioni con velocità c .



*Figura 7.
Alice in mezzo al
vagone accende la
lampadina. La luce
raggiunge le pareti di
coda (E1) e di testa
(E2) del vagone.
I due eventi sono
simultanei per Alice e
non sono simultanei
per Bob.*

In particolare, per Alice, che è a metà del vagone, la luce raggiunge nello stesso istante la parete di testa e la parete di coda del vagone. Quindi i due eventi sono simultanei. Per Bob, esterno al treno, mentre la luce si propaga, il treno si sposta verso destra, quindi, come è mostrato nella figura, la luce che si propaga verso la parete di coda percorre una distanza minore rispetto alla luce che si propaga verso la parete di testa. Ricordiamo che per il secondo postulato la luce si propaga anche per Bob con velocità c in entrambe le direzioni. Quindi per Bob la luce raggiunge prima la coda, poi la testa del vagone. Ecco che anche la simultaneità è relativa: i due eventi che sono simultanei per Alice non sono simultanei per Bob.

breve intermezzo

Con questi esempi semplici abbiamo intuito la portata di questa rivoluzione scientifica; mettendo in discussione concetti fondamentali come spazio e tempo, la relatività ristretta ci spinge a una modifica radicale del nostro approccio alla realtà e ci mostra che la realtà nella quale siamo immersi va ben oltre a ciò che percepiamo e osserviamo con gli occhi della fisica classica.

parte sesta: lo spazio-tempo

Nel 1908, tre anni dopo l'articolo di Einstein, il matematico Hermann Minkowski che a Zurigo fu insegnante di Einstein, porta a compimento la rivoluzione della relatività ristretta. A un congresso in Germania disse: " Da ora in poi, lo spazio di per se stesso o il tempo di per se stesso sono condannati a svanire in pure ombre, e solo una specie di unione tra i due concetti conserverà una realtà indipendente ".

Questa unione è chiamata spazio-tempo.

Nella fisica classica eravamo abituati a considerare uno spazio tridimensionale x,y,z che evolve nel tempo t , dove tempo e spazio sono entità separate e totalmente differenti. Ora, la teoria della relatività ristretta ha come conseguenza fondamentale la fusione dello spazio e del tempo in una nuova entità, lo spazio-tempo, che è il nuovo teatro dei fenomeni fisici.

Questo spazio-tempo che Minkowski chiamava semplicemente "universo", è uno spazio continuo a quattro dimensioni, con le prime tre coordinate spaziali x,y,z e la quarta coordinata temporale t .

Il tempo perde il suo ruolo privilegiato, assoluto e indipendente e viene messo sullo stesso piano delle coordinate spaziali: in questo spazio infatti il tempo si misura in metri, esattamente come lo spazio. Questo è possibile semplicemente moltiplicando il tempo (in secondi) per un fattore di conversione che è la velocità della luce c (in metri al secondo).

Le quattro coordinate dello spazio-tempo sono quindi x,y,z,ct .

Scrivendo Einstein: << Operata questa sostituzione, le leggi di natura assumono forme matematiche in cui la coordinata temporale riveste esattamente le stesse funzioni delle tre coordinate spaziali >>.

Il punto è che, come abbiamo già detto, il tempo non è più assoluto e uguale per tutti così come le lunghezze sono relative all'osservatore.

Nella relatività ristretta tempo e spazio si mescolano: abbiamo appena visto nell'esempio del treno, parlando di simultaneità, che la distanza spaziale tra due eventi che per Alice sono simultanei ha per conseguenza una "distanza temporale" degli stessi eventi per Bob, che quindi non sono più simultanei.

La grande scoperta di Minkowski che completa il lavoro di Einstein è che come nella fisica classica erano invarianti (ovvero uguali per ogni osservatore) lunghezze $(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)$ e intervalli di tempo (Δt) , nello spazio-tempo della relatività ristretta l'invariante è l'intervallo spazio-temporale, definito così: $\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - (c\Delta t)^2$.

E trovare una grandezza invariante in questo nuovo spazio è importante perché ci dice che se lo spazio e il tempo sono diversi per osservatori differenti, lo spazio-tempo è lo stesso per tutti.

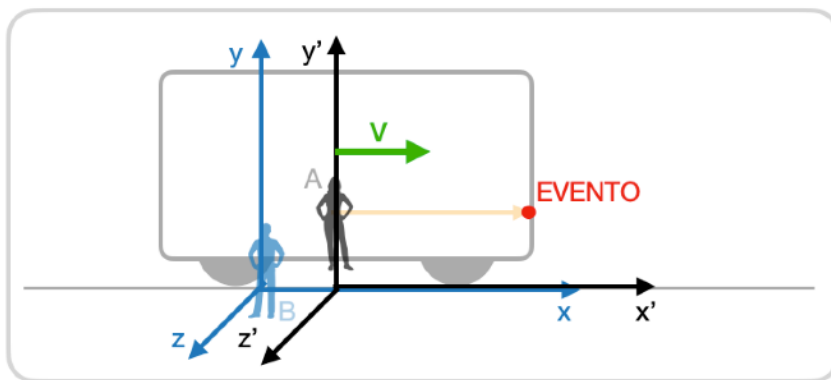
Einstein in un suo libro scrive che "da un accadere nello spazio tridimensionale, la fisica diventa, per così dire, un essere nello spazio a quattro dimensioni".

parte settima: le trasformazioni

Un punto $P(x_p, y_p, z_p, ct_p)$ nello spazio-tempo quadridimensionale è un evento, definito appunto dalle tre coordinate spaziali e da quella temporale.

Nella nuova teoria servono quindi delle trasformazioni di coordinate (analoghe alle trasformazioni di Galileo per la fisica classica) che permettano di descrivere lo stesso evento per osservatori diversi.

Vogliamo delle equazioni che trasformino le coordinate di un evento visto da Bob nelle coordinate dello stesso evento visto da Alice.



Queste equazioni sono le trasformazioni di Lorentz, scoperte da Lorentz, appunto, nel 1900, qualche anno prima dell'avvento della relatività ristretta, ma che assumeranno il significato corretto solo con la teoria di Einstein.

Lorentz si basava sulla contrazione delle lunghezze (che appunto prende il suo nome "contrazione di Lorentz") ma spiegandola in un modo non corretto: pensava che gli oggetti in moto si accorciassero per un effetto dovuto all'etere che a causa della velocità creava una pressione sull'oggetto tale da comprimere la materia.

L'approccio di Einstein è diverso e, come dimostro nel video dedicato a queste trasformazioni, si basa sulle simmetrie dello spazio-tempo.

Le equazioni di Lorentz erano comunque corrette:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Queste equazioni ci permettono di trasformare le coordinate di un evento da un sistema S (x,y,z,ct) (il sistema di Bob, per intenderci) a un altro sistema S' (x',y',z',ct') (il sistema di Alice) che si muove con velocità v lungo x. E il fatto che la velocità sia lungo x è il motivo per cui le coordinate y e z sono le stesse per entrambi i sistemi.

In questo video non voglio né ricavarle, né commentarle. Faccio solo notare una cosa. Nelle equazioni v è la velocità del sistema (che è lungo l'asse x) e c è, come sappiamo, la velocità della luce. Se la velocità v è molto minore di c, osserviamo che i rapporti $\frac{v}{c}$ diventano quantità molto piccole, quindi i denominatori sono circa 1 e il numeratore dell'equazione del tempo è circa uguale a "t" perché il secondo termine $\frac{vx}{c^2}$ è trascurabile. In questo limite, ovvero per basse velocità, le trasformazioni di Lorentz si riducono alle trasformazioni classiche di Galileo:

$$\begin{aligned}x' &= x - vt \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}$$

E questo ci piace. Vuol dire che la nuova teoria della relatività comprende quella classica.

conclusione articolo 1905

Abbiamo presentato a grandi linee alcuni punti che Einstein tocca nella prima parte del suo articolo. Nella seconda (e ultima) parte invece applica la teoria della relatività ristretta all'elettrodinamica risolvendo le questioni contraddittorie che qualche anno prima lo avevano spinto alla formulazione di una nuova teoria e che danno il titolo all'articolo. Parlo di questi fenomeni di elettrodinamica in alcuni video che trovi in descrizione.

parte ottava: l'energia

Nel settembre del 1905 Einstein pubblica un secondo articolo sulla teoria della relatività ristretta dal titolo "Può l'inerzia di un corpo dipendere dal suo contenuto di energia?". Einstein presenta un'ulteriore conseguenza della sua teoria, che poi diventerà la formula più famosa della fisica.

Ragiona su un corpo che emette radiazione elettromagnetica (cioè luce).

[Come sappiamo qualsiasi corpo emette una radiazione che dipende dalla sua temperatura: il nostro corpo emette nell'infrarosso (cioè a bassa energia) mentre il sole, che è un po' più caldo del nostro corpo, emette la luce visibile.]

Partendo dai risultati del precedente articolo (giugno 1905), quello dei due postulati, giunge alla "conclusione molto interessante" che se un corpo emette energia E sotto forma di radiazione, allora la sua massa diminuisce di una quantità pari a $\frac{E}{c^2}$

($\Delta m = \frac{E}{c^2}$) e afferma che "la massa di un corpo è la misura del suo contenuto di energia". Questa affermazione è generale, vale per tutti i corpi: si arriverà quindi alla famosa equazione $E = mc^2$ che significa che anche se un corpo è in quiete, possiede un'energia data dal prodotto della sua massa per la velocità della luce al quadrato.

E questa cosa è straordinaria perché così come si sono uniti i concetti di tempo e spazio nello spazio-tempo, qui si fondono i concetti di massa ed energia.

Questa fusione implica quindi che i principi classici di conservazione della massa e di conservazione dell'energia non valgono più e sono sostituiti dal principio di conservazione di massa-energia. Esistono infatti in natura dei processi che trasformano la massa in energia o, viceversa, l'energia in massa.

Un esempio è l'annichilazione di due particelle: l'elettrone e il positrone che sono due particelle con la stessa massa e carica opposta. Queste due particelle insieme formano un sistema altamente instabile. Se infatti aspettiamo un po' di tempo, queste annichilano (cioè spariscono) e al loro posto vengono prodotti due fotoni, cioè luce. E la luce non ha massa. La massa delle due particelle si è convertita in energia. Nel processo non si conserva la massa e non si conserva l'energia ma si conserva la massa-energia.

conclusioni

In questo video abbiamo visto gli aspetti principali della teoria della relatività ristretta, e abbiamo intuito la portata di questa incredibile rivoluzione del pensiero scientifico.

Einstein nel 1905 con un ripensamento radicale della fisica, ridiscutendone i suoi concetti fondamentali, ci svela una realtà sorprendente e ci consegna un nuovo modo di pensare e vedere le cose.