

Il moto rettilineo uniformemente accelerato - dimostrazioni

Elia Rampi - fisicafast.it

In questo video dimostriamo le leggi del moto rettilineo uniformemente accelerato: la legge della velocità

$$v = v_0 + at$$

e la legge della posizione o legge oraria del moto

$$s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2.$$

Dimostrazione della legge della velocità

Per dimostrare la legge della velocità partiamo dalla definizione di accelerazione media

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Consideriamo il moto di un corpo che nell'istante di tempo iniziale $t_0 = 0$ s ha velocità v_0 e che al tempo t raggiunge la velocità v con accelerazione costante.

L'accelerazione è costante quindi l'accelerazione in ogni istante è uguale al valore dell'accelerazione media $a = a_m$.

Al secondo membro $\Delta v = v - v_0$ e $\Delta t = t - t_0$

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Togliamo poi t_0 perché lo abbiamo posto uguale a zero.

L'equazione diventa:

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

Ora isoliamo la velocità v . Invertiamo i membri

$$\frac{v - v_0}{t} = a$$

E li moltiplichiamo entrambi per t , semplifichiamo e otteniamo

$$v - v_0 = at$$

Spostiamo a destra il termine v_0 e otteniamo la legge della velocità del moto rettilineo uniformemente accelerato:

$$v = v_0 + at.$$

Dimostrazione della legge oraria

Per dimostrare la legge oraria del moto iniziamo con una premessa: nel grafico velocità tempo, l'area compresa tra il grafico e l'asse t è uguale allo spostamento Δs del corpo.

Determiniamo quindi lo spostamento Δs calcolando un'area nel grafico velocità-tempo.

Come sappiamo il grafico velocità-tempo del moto rettilineo uniformemente accelerato è la rappresentazione grafica della legge della velocità

$$v = v_0 + at.$$

È quindi una retta che interseca l'asse verticale in v_0 , che è la velocità iniziale, e che ha come coefficiente angolare l'accelerazione del moto.

Consideriamo questo grafico dall'istante $t=0$ al generico istante t nel quale il corpo ha velocità $v = v_0 + at$.

Lo spostamento del corpo Δs è uguale all'area del trapezio che è uguale alla somma dell'area del rettangolo di base t e altezza v_0 e dell'area del triangolo di base t e altezza $v_0 + at - v_0 = at$:

$$\Delta s = A_{\text{trapezio}} = A_{\text{rettangolo}} + A_{\text{triangolo}}$$

L'area del rettangolo è uguale alla sua base t per l'altezza v_0

$$A_{\text{rettangolo}} = v_0 t$$

Mentre l'area del triangolo è uguale a $1/2$ per la base t per l'altezza at :

$$A_{\text{triangolo}} = \frac{1}{2} \cdot t \cdot at = \frac{1}{2} at^2$$

Quindi

$$\Delta s = A_{\text{trapezio}} = A_{\text{rettangolo}} + A_{\text{triangolo}} = v_0 t + \frac{1}{2} at^2.$$

Ora, sappiamo che $\Delta s = s - s_0$, quindi

$$s - s_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Spostiamo a destra il termine s_0 e otteniamo la legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2.$$