Il moto di un lancio verticale

PROBLEMA SVOLTO 2

Elia Rampi - fisicafast.it

In questo video risolviamo un problema sul lancio verticale, trovi la teoria di questo argomento nel video in descrizione.
Ecco il testo del problema che parla di un corpo che viene lanciato verso l'alto da un'altezza di 2 m.

Un corpo viene lanciato verso l'alto da un'altezza di 2,0 m con una velocità iniziale di 6,0 m/s. Calcoliamo
- L'altezza massima che raggiunge rispetto al suolo;
- il tempo del lancio fino a che il corpo tocca terra;
- La velocità con cui tocca terra.

Fissiamo il sistema di riferimento e rappresentiamo il sistema nell'istante iniziale, nel punto di altezza massima e nel punto finale quando il corpo tocca il suolo.
Sappiamo che rispetto a questo sistema l'accelerazione gravitazionale è negativa quindi
$a = -g$

I dati che conosciamo sono: l'altezza rispetto al suolo dalla quale parte il corpo
$h = 2{,}0\text{ m}$
E la sua velocità iniziale
$v_0 = 6{,}0\text{ m/s}$
Dobbiamo calcolare
$h_{max} = ?$
$t_L = ?$
$v_f = ?$

Scriviamo quindi le equazioni del moto:

$$s = h + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$
$$v = v_0 - gt$$

Per calcolare l'altezza massima che raggiunge il corpo valutiamo le due equazioni in quel punto, dove la posizione $s = h_{max}$ e il tempo è uguale al tempo di salita del corpo che indichiamo con una freccia: $t = t_\uparrow$.
Le equazioni diventano:

$$h_{max} = h + v_0 t_\uparrow - \frac{1}{2} g t_\uparrow^2$$
$$0 = v_0 - g t_\uparrow$$

Abbiamo ottenuto quindi un sistema di due equazioni in due incognite: il tempo e l'altezza massima.
Ricaviamo il tempo dalla seconda equazione: spostiamo a sinistra il termine $g t_\uparrow$:

$$g t_\uparrow = v_0$$

E dividiamo entrambi i membri per g:

$$t_\uparrow = \frac{v_0}{g}.$$

Ora sostituiamo il tempo nella prima equazione con questa espressione e calcoliamo l'altezza massima:

$$h_{max} = h + v_0\frac{v_0}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 =$$
$$= h + \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2}g\frac{v_0^2}{g^2} =$$
$$= h + \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} =$$
$$= h + \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} = (2{,}0\ \text{m}) + \frac{(6{,}0\ \text{m/s})^2}{2 \cdot (9{,}81\ \text{m/s}^2)} = 3{,}8\ \text{m}.$$

Ora dobbiamo calcolare il tempo di lancio t_L. Quindi valutiamo le equazioni nel punto finale, quando il corpo tocca il suolo, dove la posizione $s = 0$ e il tempo è il tempo di lancio che dobbiamo calcolare $t = t_L$. La legge oraria diventa:

$$0 = h + v_0 t_L - \frac{1}{2}g t_L^2$$

Spostiamo tutti i termini nel membro di sinistra

$$\frac{1}{2}g t_L^2 - v_0 t_L - h = 0$$

e risolviamo l'equazione di secondo grado

$$t_{L1,2} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4 \cdot 1/2g \cdot h}}{2 \cdot 1/2g} = \frac{(6{,}0\ \text{m/s}) \pm \sqrt{(6{,}0\ \text{m/s})^2 + 2(9{,}81\ \text{m/s}^2) \cdot (2{,}0\ \text{m})}}{(9{,}81\ \text{m/s}^2)} =$$
$$= 1{,}5\ \text{s}, \quad -0{,}27\ \text{s}\ NA.$$

La soluzione negativa la scartiamo perché è un tempo negativo, quindi il tempo di lancio è uguale a:

$$t_L = 1{,}5\ \text{s}.$$

Ora che abbiamo il tempo di lancio è facile calcolare la velocità finale dalla legge della velocità:

$$v_f = v_0 - g t_L = (6{,}0\ \text{m/s}) - (9{,}81\ \text{m/s}^2) \cdot (1{,}5\ \text{s}) = -8{,}7\ \text{m/s}.$$

Dove il segno negativo indica che la velocità finale è diretta verso il basso.