

L'incertezza di una misura

Elia Rampi - fisicafast.it

In questo video parliamo dell'incertezza di una misura.

Dichiariamo subito che la misura di una grandezza non è mai esatta.

Ad ogni misura dobbiamo associare un'incertezza che è dovuta alla **sensibilità dello strumento** e a **errori di misurazione**.

La **sensibilità dello strumento** è la più piccola differenza che lo strumento può misurare di una grandezza. Ad esempio la sensibilità di un righello è 1 mm, mentre la sensibilità di una bilancia da cucina è 1 g.

Gli **errori di misurazione** invece possono avere diverse cause ma, specifichiamo che non sono il risultato di uno sbaglio ma di imprecisioni della misura che non si possono eliminare.

Il risultato della misura di una generica grandezza x lo scriviamo in questo modo:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x$$

Dove x è la grandezza misurata, \bar{x} è il valore misurato e Δx è l'incertezza della misura.

Ad esempio la misura della massa di un oggetto è $m = \bar{m} \pm \Delta m$

$$m = 5,4 \text{ g} \pm 0,1 \text{ g} \text{ oppure con le parentesi: } m = (5,4 \pm 0,1) \text{ g}$$

Facciamo subito due osservazioni.

1. Questa scrittura significa che il valore della massa misurato è compreso tra $(5,4 - 0,1) \text{ g} = 5,3 \text{ g}$ e $(5,4 + 0,1) \text{ g} = 5,5 \text{ g}$. La misura non ci dà un valore esatto ma un intervallo di valori che dipende dall'incertezza, in questo caso l'intervallo di valori tra 5,3 e 5,5 g.
2. L'incertezza ci dice qual è la prima cifra incerta della misura: in questo esempio $\Delta m = 0,1 \text{ g}$ significa che la prima cifra incerta è la prima cifra dopo la virgola, quindi il 4. Come abbiamo appena detto la massa è compresa tra 5,3 e 5,5 grammi, pertanto nel valore misurato dobbiamo fermarci alla prima cifra incerta. Se l'incertezza è 0,1 g non avrebbe senso un valore di 5,43 g e nemmeno 5 g. Se ad esempio il valore misurato è 5 g dobbiamo aggiungere lo zero dopo la virgola, che è la cifra incerta: $m = (5,0 \pm 0,1) \text{ g}$.

Distinguiamo ora le incertezze di due tipi di misure: l'incertezza di una misura singola e l'incertezza di una misura ripetuta.

L'incertezza di una misura singola

Il risultato di una singola misura della generica grandezza x è il seguente:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x$$

Dove \bar{x} è il valore misurato e Δx è l'incertezza.

In una misura singola l'incertezza equivale alla sensibilità dello strumento.

Vediamo un paio di esempi.

Se misuriamo la lunghezza l di una matita con un righello che ha sensibilità di $1 \text{ mm} = 0,1 \text{ cm}$, il risultato della misura è:

$$l = \bar{l} \pm \Delta l \text{ quindi } l = (13,2 \pm 0,1) \text{ cm}$$

Se invece misuriamo la massa m di questa matita con una bilancia che ha sensibilità di 1 g abbiamo:

$$m = \bar{m} \pm \Delta m \text{ quindi } m = (6 \pm 1) \text{ g.}$$

L'incertezza di una misura ripetuta

Per alcune grandezze è opportuno ripetere la misurazione più volte per minimizzare gli errori casuali che sono inevitabili nel processo di misura. Ad esempio se dobbiamo misurare il tempo di caduta di una pallina dal tavolo dobbiamo cercare di ridurre l'errore legato al nostro tempo di reazione nel far partire e fermare il cronometro.

Consideriamo ora la generica grandezza x che misuriamo un numero n di volte. Procediamo in questo modo:

- ripetiamo la misura n volte ottenendo le misure $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$
- Calcoliamo la media aritmetica dei valori trovati: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$
- Calcoliamo la semidispersione massima che è definita dalla differenza tra il valore massimo e il valore minimo misurato, diviso due: $e = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}$.

Il risultato della misura è il valore medio calcolato più o meno il valore massimo tra la semidispersione e calcolata e la sensibilità dello strumento Δx .

Quindi

- se $e > \Delta x$ abbiamo $x = \bar{x} \pm e$;
- Se $e < \Delta x$ abbiamo $x = \bar{x} \pm \Delta x$.

Esempio

Facciamo un esempio. Misuriamo 4 volte il tempo di caduta di una pallina dal tavolo con un cronometro che ha una sensibilità $\Delta t = 0,01$ s, otteniamo i seguenti valori:

$$t_1 = 0,50 \text{ s}, t_2 = 0,51 \text{ s}, t_3 = 0,47 \text{ s}, t_4 = 0,48 \text{ s}.$$

Calcoliamo la media aritmetica:

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{4} = \frac{(0,50 \text{ s}) + (0,51 \text{ s}) + (0,47 \text{ s}) + (0,48 \text{ s})}{4} = 0,49 \text{ s}.$$

Ora calcoliamo la semidispersione:

$$e = \frac{t_{max} - t_{min}}{2} = \frac{0,51 \text{ s} - 0,47 \text{ s}}{2} = 0,02 \text{ s}$$

E confrontiamo questo valore $e = 0,02$ s con la sensibilità dello strumento $\Delta t = 0,01$ s: abbiamo che $e > \Delta t$, quindi il risultato della misura è:

$$t = \bar{t} \pm e \text{ ovvero } t = (0,49 \pm 0,02) \text{ s}.$$