

# L'incertezza di una misura indiretta

Elia Rampi - fisicafast.it

In questo video parliamo di come determinare l'incertezza di una misura indiretta.

Una misura indiretta è il risultato di un calcolo; ad esempio se vogliamo misurare il perimetro o l'area di questo rettangolo dobbiamo effettuare due misure dirette, che sono le lunghezze dell'altezza  $a$  e della base  $b$  che come sappiamo hanno la loro incertezza:

$$a = \bar{a} \pm \Delta a$$

$$b = \bar{b} \pm \Delta b.$$

Il perimetro è una misura indiretta perché è il risultato della somma di tutti i lati:

$$2p = b + a + b + a = 2b + 2a$$

E l'area del rettangolo è una misura indiretta poiché è il risultato del prodotto

$$A = a \cdot b$$

Ci chiediamo quindi qual è l'incertezza di queste misure indirette. Cioè, più in generale, vediamo che cosa succede alle incertezze quando dobbiamo effettuare un calcolo tra diverse misure.

## L'incertezza della somma e della differenza

L'incertezza della somma e della differenza di due o più misure è semplicemente la somma delle incertezze delle misure.

Consideriamo le due generiche misure

$$a = \bar{a} \pm \Delta a$$

$$b = \bar{b} \pm \Delta b$$

L'incertezza della loro somma è uguale all'incertezza della loro differenza ed è uguale alla somma delle incertezze:

Riprendiamo l'esempio iniziale, ovvero il rettangolo di base  $b$  e altezza  $a$ . Il risultato delle misure dei lati è il seguente:

$$a = (4,0 \pm 0,1) \text{ cm}$$

$$b = (6,0 \pm 0,1) \text{ cm}$$

Il perimetro è la somma di tutti i lati, ovvero:

$$2p = b + a + b + a = 20,0 \text{ cm} \pm \Delta[2p]$$

L'incertezza del perimetro è la somma delle incertezze di tutti i lati (0,1 cm), quindi

$$\Delta[2p] = 0,1 \text{ cm} + 0,1 \text{ cm} + 0,1 \text{ cm} + 0,1 \text{ cm} = 0,4 \text{ cm}$$

Il perimetro è quindi:

$$2p = (20,0 \text{ cm} \pm 0,4) \text{ cm}.$$

## L'incertezza del prodotto e del quoziente

Per il prodotto o il quoziente è leggermente più articolato poiché dobbiamo passare dalle incertezze relative. Infatti l'incertezza relativa del prodotto di due o più misure e l'incertezza relativa del quoziente di due misure è uguale alla somma delle incertezze relative delle misure:

$$e_r[a \cdot b] = e_r[a/b] = e_r[a] + e_r[b]$$

Quindi, in pratica, se dobbiamo determinare l'incertezza del prodotto delle due generiche misure

$$b = \bar{b} \pm \Delta b$$

Dobbiamo prima calcolare le incertezze relative:

$$e_r[a] = \frac{\Delta a}{\bar{a}} \quad \text{e} \quad e_r[b] = \frac{\Delta b}{\bar{b}}$$

Calcoliamo quindi l'incertezza relativa del prodotto sommando le incertezze relative di  $a$  e di  $b$ :

$$e_r[a \cdot b] = e_r[a] + e_r[b] = \frac{\Delta a}{\bar{a}} + \frac{\Delta b}{\bar{b}}$$

E solo ora possiamo calcolare l'incertezza del prodotto.

Sappiamo che

$$e_r[a \cdot b] = \frac{\Delta[a \cdot b]}{\bar{a} \cdot \bar{b}}$$

Moltiplichiamo per il prodotto entrambi i membri e otteniamo:

$$\Delta[a \cdot b] = e_r[a \cdot b] \cdot (\bar{a} \cdot \bar{b}).$$

Per il quoziente il procedimento è il medesimo:

$$e_r[a/b] = e_r[a] + e_r[b] = \frac{\Delta a}{\bar{a}} + \frac{\Delta b}{\bar{b}}$$

$$\Delta[a/b] = e_r[a/b] \cdot (\bar{a}/\bar{b}).$$

Anche qui riprendiamo l'esempio iniziale e calcoliamo l'area del rettangolo:

$$A = a \cdot b = 24 \text{ cm}^2 \pm \Delta A$$

Per determinare l'incertezza dell'area, quindi del prodotto tra le grandezze  $a$  e  $b$ , dobbiamo passare dalle incertezze relative, che calcoliamo:

$$e_r[a] = \frac{\Delta a}{\bar{a}} = \frac{0,1 \text{ cm}}{4,0 \text{ cm}} = 0,025$$

$$e_r[b] = \frac{\Delta b}{\bar{b}} = \frac{0,1 \text{ cm}}{6,0 \text{ cm}} = 0,017.$$

Ora, l'incertezza relativa dell'area è uguale alla somma di queste incertezze relative:

$$e_r[A] = e_r[a] + e_r[b] = 0,025 + 0,017 = 0,042.$$

E ora che conosciamo l'incertezza relativa dell'area possiamo calcolare l'incertezza:

$$\Delta A = e_r[A] \cdot \bar{A} = 0,042 \cdot 24 \text{ cm}^2 = 1 \text{ cm}^2.$$

Quindi:

$$A = (24 \pm 1) \text{ cm}^2 .$$

### **Prodotto di una misura per un numero**

Se infine dobbiamo moltiplicare una misura  $a = \bar{a} \pm \Delta a$  per un numero  $n$ , l'incertezza è semplicemente il prodotto tra  $n$  e l'incertezza di  $a$ :

$$\Delta[n \cdot a] = n \cdot \Delta a .$$