Forze applicate a un corpo rigido

Elia Rampi - fisicafast.it

In questo video parliamo di come sommare forze applicate a un corpo rigido.

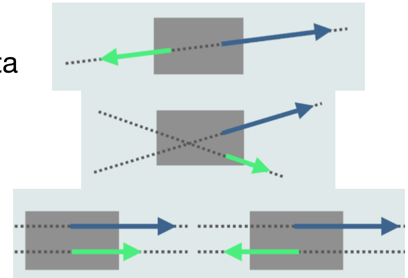
Nel caso del punto materiale è semplice poiché tutte le forze sono applicate in un unico punto e per determinare la forza risultante dobbiamo calcolare la somma vettoriale di tutte le forze.

A differenza del punto materiale che può solo traslare, il corpo rigido è un modello che considera anche l'estensione spaziale del corpo; pertanto un corpo rigido può sia traslare che ruotare. Ma poiché rigido non può subire deformazioni.

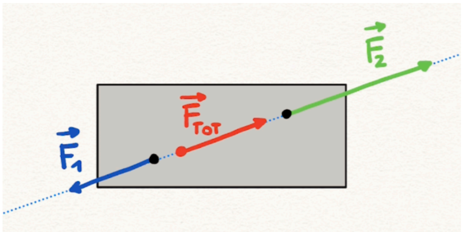
Come possiamo facilmente intuire, l'effetto delle forze su un corpo rigido, proprio perché dobbiamo considerare la sua estensione spaziale, dipende dal loro punto di applicazione.

Vediamo ora come sommare due forze applicate a un corpo rigido, ovvero come determinare la forza risultante.
Distinguiamo tre casi:

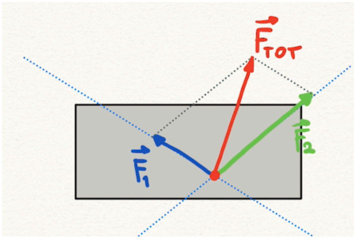
1. Nel primo caso consideriamo due forze che hanno la stessa retta d’azione; ciò significa che i due vettori giacciono sulla stessa retta, come mostrato nella figura;
2. Nel secondo caso le forze sono concorrenti; significa che i due vettori giacciono su due rette differenti che si intersecano;
3. Nell'ultimo caso invece le due forze sono parallele.



1. Forze con stessa retta d’azione
Se le due forze giacciono sulla stessa retta, anche se sono applicate in punti diversi del corpo rigido, la risultante è la loro somma vettoriale, giace quindi anch’essa sulla stessa retta e può essere applicata in ogni suo punto che l’effetto non cambia.



Esempio: Consideriamo le forze in figura di intensità $F_1 = 2$ N e $F_2 = 4$ N. La forza risultante ha modulo $F_{tot} = F_2 - F_1 = 4$ N $- 2$ N=2 N, ha direzione e verso di F_2 e possiamo applicarla in un punto qualunque della retta di azione.



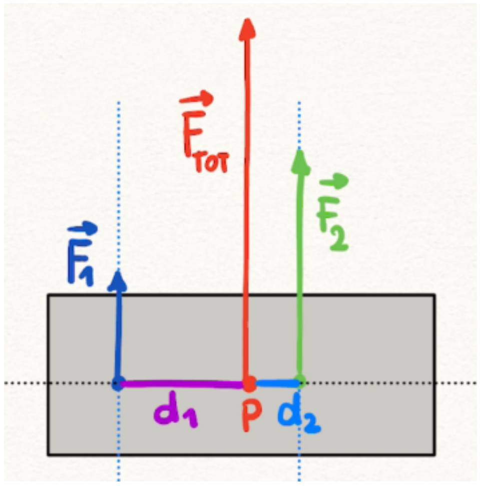
2. Forze concorrenti
Nel caso di forze concorrenti, le due forze possono essere traslate e applicate nel punto di intersezione delle due rette di azione. La risultante è quindi la somma vettoriale delle due forze, applicata in questo punto. Per rappresentarla applichiamo la regola del parallelogramma.

3. Forze parallele
Passiamo all’ultimo caso che è il più complesso.
Abbiamo due forze $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ parallele applicate in due punti diversi del corpo rigido.
Ora, le forze possono essere concordi (quindi con lo stesso verso) o discordi (quindi con verso opposto): vediamo separatamente questi due casi.

Forze concordi
Se le due forze hanno lo stesso verso:

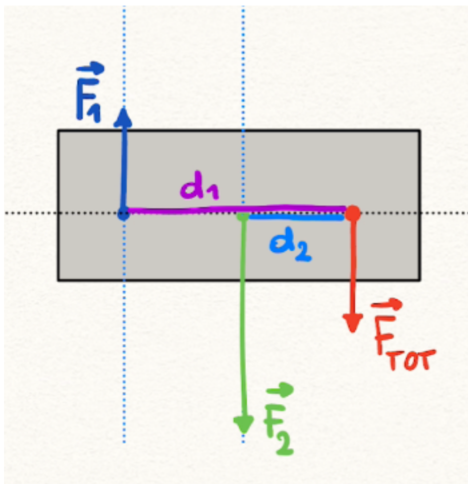
- L’intensità della forza risultante è uguale alla somma dei moduli delle due forze: $F_{tot} = F_1 + F_2$

- La direzione e il verso sono gli stessi delle forze $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$
- Il punto di applicazione P è compreso tra le due forze ed è più vicino alla forza di intensità maggiore e si determina da questa equazione: $\frac{d_1}{d_2} = \frac{F_2}{F_1}$, dove d_1 è la distanza di P dalla retta di azione di $\vec{F}_1$ e d_2 è la distanza di P dalla retta di azione di $\vec{F}_2$. F_1 e F_2 sono le intensità delle due forze.



Vediamo un esempio.
Consideriamo due forze parallele concordi applicate a un corpo rigido di intensità $F_1 = 2$ N e $F_2 = 4$ N. La distanza tra i punti di applicazione è di $d = 0{,}6$ m. Determiniamo la forza risultante $\vec{F}_{tot}$.
Sappiamo che $\frac{d_1}{d_2} = \frac{F_2}{F_1}$ e che il punto di applicazione della forza risultante è compreso tra le due forze, quindi $d_1 + d_2 = d$. Esprimiamo d_2 in funzione di d_1: $d_2 = d - d_1$. L'equazione diventa:
$$\frac{d_1}{d - d_1} = \frac{F_2}{F_1}$$
Ovvero
$$F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot (d - d_1)$$
Distribuiamo F_2
$$F_1 d_1 = F_2 d - F_2 d_1$$
Spostiamo al primo membro tutti i termini con d_1
$$F_1 d_1 + F_2 d_1 = F_2 d$$
Raccogliamo d_1
$$d_1(F_1 + F_2) = F_2 d$$
E dividiamo per la somma delle due forze. Otteniamo
$$d_1 = \frac{F_2 d}{F_1 + F_2} = \frac{(4\text{ N}) \cdot (0{,}6\text{ m})}{(2\text{ N}) + (4\text{ N})} = 0{,}4\text{ m}$$
Ora che abbiamo d_1, calcoliamo d_2:
$$d_2 = d - d_1 = (0{,}6\text{ m}) - (0{,}4\text{ m}) = 0{,}2\text{ m}.$$
Ora che conosciamo il punto di applicazione della risultante, calcoliamo il suo modulo:
$$F_{tot} = F_1 + F_2 = (2\text{ N}) + (4\text{ N}) = 6\text{ N}$$
E la rappresentiamo con stessa direzione e verso delle forze $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.

Forze discordi
Vediamo ora il caso in cui le due forze sono parallele e discordi, ovvero con verso opposto.
- L'intensità della forza risultante è uguale al modulo della differenza dei moduli delle due forze: $F_{tot} = |F_1 - F_2|$
- La direzione è la stessa delle due forze e il verso è uguale al verso della forza di intensità maggiore
- Il punto di applicazione P è esterno alle due forze, dalla parte della forza di intensità maggiore e si determina con la stessa equazione del caso precedente:



$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{F_2}{F_1}.$$

Anche qui vediamo un esempio.
Consideriamo due forze parallele discordi applicate a un corpo rigido di intensità $F_1 = 2$ N e $F_2 = 4$ N. La distanza tra i punti di applicazione è di $d = 0{,}6$ m. Determiniamo la forza risultante $\overrightarrow{F}_{tot}$.
Sappiamo che il punto di applicazione della forza risultante è esterno alle due forze dalla parte di F2 poiché è la forza maggiore. Quindi, come possiamo vedere dal disegno, in questo caso abbiamo che $d_1 = d + d_2$.
Per determinare d_1 e d_2 consideriamo l'equazione

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

Sostituiamo d_1 con $d + d_2$

$$\frac{d + d_2}{d_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

Quindi

$$F_1(d + d_2) = F_2 d_2$$

Invertiamo i membri e distribuiamo F_1

$$F_2 d_2 = F_1 d + F_1 d_2$$

Portiamo al primo membro tutti i termini con d_2

$$F_2 d_2 - F_1 d_2 = F_1 d$$

Raccogliamo d_2

$$d_2(F_2 - F_1) = F_1 d$$

E dividiamo per la differenza tra le due forze. Otteniamo:

$$d_2 = \frac{F_1 d}{F_2 - F_1} = \frac{(2\ \text{N}) \cdot (0{,}6\ \text{m})}{(4\ \text{m}) - (2\ \text{m})} = 0{,}6\ \text{m}.$$

Ora che conosciamo il punto di applicazione della risultante, calcoliamo il suo modulo:

$$F_{tot} = |F_1 - F_2| = |(2\ \text{N}) - (4\ \text{N})| = 2\ \text{N}$$

E la rappresentiamo con stessa direzione e verso della forza maggiore, ovvero $\overrightarrow{F}_2$.