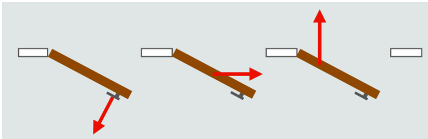
Il momento di una forza

Elia Rampi - fisicafast.it

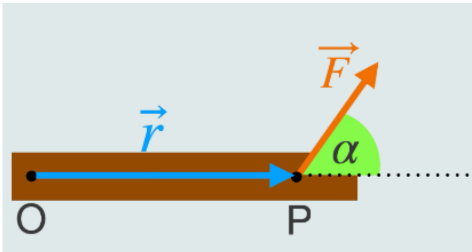
In questo video parliamo del momento di una forza detto anche momento torcente.
Quando applichiamo una forza a un corpo rigido, il corpo può traslare e ruotare. Consideriamo ora la rotazione del corpo attorno a un asse di rotazione.

L'effetto di una forza applicata a un corpo rigido dipende dalla sua intensità, dalla sua direzione e verso, ma anche dal suo punto di applicazione: immaginiamo di spingere una porta con una forza di intensità F, a seconda del punto di applicazione della forza e della sua direzione e verso, questa produrrà effetti diversi.



Per questo motivo è necessario definire una nuova grandezza che è responsabile della rotazione dei corpi: questa grandezza è il momento di una forza, detto anche momento torcente, che indichiamo con la lettera $\overrightarrow{M}$.

Consideriamo il corpo rigido in figura che può ruotare attorno all'asse di rotazione passante per il punto fisso O e la forza $\overrightarrow{F}$ applicata nel punto P; indichiamo con $\vec{r}$ il vettore $\overrightarrow{OP}$ e con α l'angolo tra i due vettori che è indicato in figura.



Definiamo il momento di una forza, o momento torcente, $\overrightarrow{M}$ come il prodotto vettoriale tra il vettore $\vec{r}$ e la forza $\overrightarrow{F}$:

$$\overrightarrow{M} = \vec{r} \times \overrightarrow{F}.$$

Commentiamo la formula.

1. Il momento di una forza $\overrightarrow{M}$ è prima di tutto una grandezza vettoriale;
2. $\vec{r}$ è il vettore che ha la coda nel punto O e la punta nel punto di applicazione della forza P;
3. $\overrightarrow{F}$ è la forza applicata al corpo rigido;
4. $\vec{r} \times \overrightarrow{F}$ è il prodotto vettoriale tra i vettori $\vec{r}$ e $\overrightarrow{F}$: ricordiamo che il prodotto vettoriale è il prodotto tra due grandezze vettoriali (in questo caso $\vec{r}$ e $\overrightarrow{F}$) che dà come risultato una terza grandezza vettoriale (in questo caso $\overrightarrow{M}$, che vediamo poi come rappresentare).

L'unità di misura del momento di una forza è il Newton per metro N · m.

Il modulo di $\overrightarrow{M}$

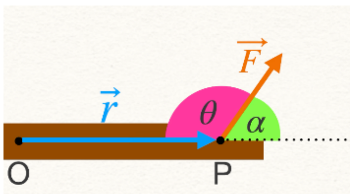
Il momento di una forza è il risultato di un prodotto vettoriale quindi il suo modulo è

$$M = r \cdot F \cdot \sin\alpha$$

r e F sono i moduli dei due vettori, mentre α è l'angolo tra i due vettori che abbiamo indicato in figura.

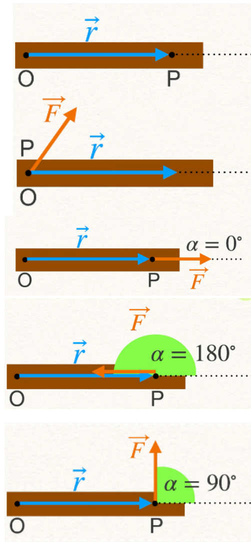
Osserviamo che in alternativa si può considerare l'angolo θ che indichiamo in figura: poiché i due angoli sono supplementari, $\sin\theta = \sin\alpha$, quindi il modulo del momento angolare si può calcolare anche così

$$M = r \cdot F \cdot \sin\theta.$$

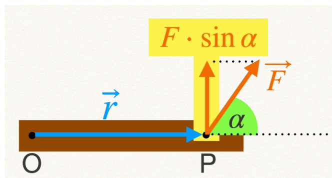


Tuttavia noi consideriamo l'angolo α.
Ora commentiamo brevemente la formula.

Il momento della forza, che descrive la rotazione del corpo attorno al punto fisso O dipende dall'intensità della forza F, dalla distanza del punto di applicazione della forza rispetto al punto fisso O e dall'angolo tra i due vettori α.
In particolare:

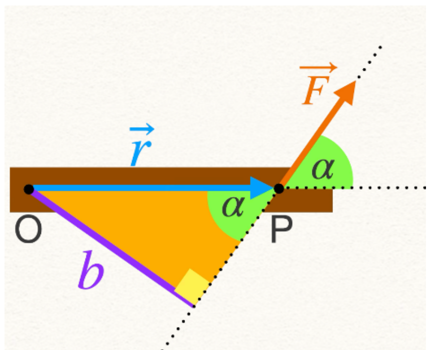


- se la forza è nulla, ovviamente anche il momento della forza è nullo.
- Se il punto di applicazione coincide con il punto fisso O, anche in questo caso il momento della forza è nullo. È come se provassimo ad aprire una porta spingendo sui suoi cardini: la porta non si apre.
- M dipende anche dal $\sin \alpha$, vediamo alcuni casi:
    - Se $\alpha = 0°$, significa che i due vettori hanno la stessa direzione e verso e anche il $\sin \alpha = \sin 0° = 0$, quindi il momento della forza, anche in questo caso è nullo, $M = 0$.
    - Così anche se i vettori sono discordi, ovvero quando $\alpha = 180°$, $M = 0$.
    - Se invece $\alpha = 90°$, ovvero quando i due vettori sono perpendicolari, $\sin 90° = 1$ quindi il momento $M = r \cdot F$. Fissati r e F, se i vettori sono perpendicolari, M ha il suo valore massimo. Ed è intuitivo poiché se immaginiamo di spingere una porta perpendicolarmente ad essa, la porta si apre più agevolmente.
    - Per gli altri valori dell'angolo α il momento dipende dal valore del $\sin \alpha$. Osserviamo che $F \cdot \sin \alpha$ è la componente della forza perpendicolare a $\vec{r}$. E significa ciò che abbiamo già intuito, ovvero che la responsabile della rotazione è la sola componente della forza perpendicolare alla direzione di $\vec{r}$.



Il braccio della forza

Definiamo braccio della forza la distanza del punto O dalla retta di azione della forza $\vec{F}$ e lo indichiamo con la lettera b.
Osserviamo nell'immagine il triangolo rettangolo che ha ipotenusa uguale a r e un cateto uguale al braccio b. L'angolo opposto a b è uguale all'angolo α, pertanto
$b = r \cdot \sin \alpha$.
Questa è la relazione tra il braccio b e il modulo del vettore $\vec{r}$.
Osserviamo che nella formula



$$M = r \cdot F \cdot \sin \alpha$$

Possiamo sostituire il prodotto $r \cdot \sin \alpha$ con il braccio b

$$M = F \cdot b$$

Quindi il momento della forza è uguale alla forza per il suo braccio.

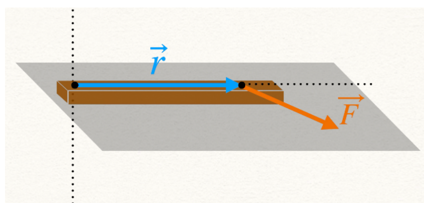
Osservazione: se la forza $\vec{F}$ è perpendicolare al vettore $\vec{r}$, il braccio coincide con il modulo di $\vec{r}$:

$$b = r.$$

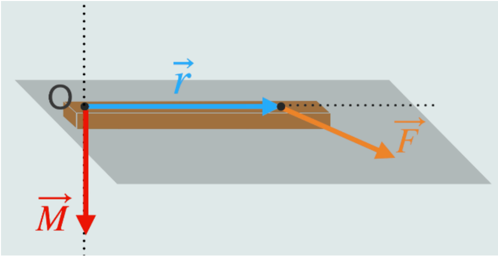
Direzione e verso di $\vec{M}$

Il momento di una forza è un vettore, quindi, oltre al suo modulo dobbiamo determinare la direzione e il verso.

La direzione del vettore $\vec{M}$ è perpendicolare al piano definito dai vettori $\vec{r}$ e $\vec{F}$. Quindi individuato il piano su cui giacciono entrambi i vettori, sappiamo che il vettore $\vec{M}$ è perpendicolare a questo piano.



Il verso è definito dalla regola della mano destra: posizioniamo il pollice lungo il primo vettore (quindi $\vec{r}$), l'indice lungo il secondo vettore (quindi $\vec{F}$) e il medio (oppure il palmo della mano) è diretto nel verso del vettore $\vec{M}$.
Rappresentiamo quindi il vettore $\vec{M}$ con la coda nel punto O.



Osserviamo che se il vettore $\vec{M}$ è verso l'alto, il corpo ruota in senso antiorario, se invece è verso il basso, ruota in senso orario.